

Folleto de práctica: Prueba de Habilidades Cuantitativas

La Prueba de Habilidades Cuantitativas (PHC) es una prueba estandarizada de selección única que mide la capacidad para resolver problemas matemáticos en los cuales el proceso de razonamiento con contenidos matemáticos es lo primordial y no solamente la aplicación de un algoritmo.

Esta prueba se compone de cuarenta ítems de selección única, distribuidos equitativamente según su área de contenido principal: Aritmética, Geometría, Álgebra y Análisis de datos. Los contenidos utilizados en cada una de estas áreas están basados en los programas de estudio de la educación secundaria costarricense.

Se resuelve sin el uso de calculadora, en un tiempo máximo de dos horas. Dentro de este tiempo, el(la) examinado(a) también debe marcar sus respuestas en la hoja proporcionada para este fin.

En las siguientes páginas, se presenta una práctica cuyo objetivo es familiarizar al(a la) futuro(a) examinado(a) con los ítems que conforman la prueba.

Antes de la práctica, se incluyen los contenidos necesarios para resolver la prueba y, al final de esta, se presentan las respuestas de los ítems. Se recomienda leer la información indicada antes de iniciar la resolución de la práctica y revisar las soluciones hasta la finalización de la misma.

Lista de contenidos

A continuación se presentan los contenidos considerados dentro de cada una de las áreas temáticas de la prueba. Todos estos contenidos son enseñados en la Educación General Básica costarricense.

Aritmética

Conjuntos Numéricos

- Números Naturales (propiedades y operaciones).
- Números Enteros (propiedades y operaciones).
- Números Racionales (propiedades y operaciones).
- Números Reales (propiedades y operaciones).

Teoría de números naturales

- Divisibilidad.
- Múltiplos.
- Números primos.
- Números compuestos.
- Descomposición prima.
- Mínimo Común Múltiplo.
- Máximo Común Divisor.

Geometría

Geometría plana

- Elementos básicos de geometría (punto, recta, plano, rectas paralelas, perpendiculares y concurrentes, clasificación y medida de ángulos, ángulos entre rectas paralelas y transversales, teoremas relacionados con rectas paralelas y perpendiculares).
- Triángulos (desigualdad triangular, ángulos internos y externos, semejanza, congruencia, teorema de Pitágoras).
- Cuadriláteros (propiedades).
- Elementos básicos del círculo y la circunferencia.
- Polígonos regulares (ángulo central, radio, apotema, área y perímetro).
- Razones trigonométricas (definición, ley de senos y ángulos de elevación y depresión).

Geometría analítica

- Coordenadas de puntos en el plano.
- Distancia entre puntos.
- Ecuaciones de rectas.
- Ecuación de la parábola.

Cuerpos sólidos

- Prismas rectos (área y volumen).
- Pirámide recta (área y volumen).

Álgebra

Operaciones fundamentales con expresiones algebraicas

- Expresiones algebraicas.
- Valor numérico de una expresión algebraica.
- Operaciones con polinomios (suma, resta, multiplicación, división).

Simplificación y factorización de expresiones algebraicas

Ecuaciones e inecuaciones

- Ecuaciones de primer grado.
- Ecuaciones de segundo grado.
- Inecuaciones de primer grado.

Análisis de datos

Descripción de datos

- Variables cuantitativas y cualitativas.
- Análisis de gráficos estadísticos: barras, circulares, lineales y de puntos.

- Frecuencias relativas y absolutas de datos.

Medidas de posición

- Moda.
- Media.
- Recorrido.
- Máximo.
- Mínimo.
- Mediana.

Probabilidad

- Eventos aleatorios.
- Espacio muestral.
- Eventos simples y compuestos.
- Probabilidad frecuencial.
- Definición clásica de probabilidad.
- Eventos seguros, probables e imposibles.
- Introducción a la ley de los grandes números.

Práctica

INSTRUCCIONES

- Los ítems de esta práctica se dividen en 4 secciones: Aritmética, Geometría, Álgebra y Análisis de datos.
- Este folleto de práctica consta de 40 ítems de selección única.
- Para cada ítem, seleccione la opción que mejor responda la pregunta planteada en el encabezado.

Consideraciones importantes

- Las figuras que se presentan en esta práctica **NO** necesariamente están trazadas a escala, estas sirven solo para ilustrar los datos suministrados en los ítems.
- Las variables representan números reales, a menos que en el ítem se indique algo diferente.

Aritmética

- Al dividir 14 505 por un número natural n , el residuo es 25. Con base en lo anterior, ¿cuál de los siguientes números naturales podría ser el valor de n ?
 - 7 240
 - 7 241
 - 7 242
 - 7 245

- ¿Cuál de los siguientes números es un divisor de $78^2 + 2 \cdot 78 \cdot 14 + 14^2$?
 - 15
 - 46
 - 64
 - 78

- Si n es un número natural impar mayor que 1, entonces, ¿por cuál de los siguientes valores es divisible, **con certeza**, la expresión $4^n + 6^n$?
 - 6
 - 7
 - 8
 - 11

4. Considere las siguientes cantidades:

I. $0,2\%$ de 100.

II. 95% de $\frac{1}{5}$.

III. $\frac{2^2}{20}$.

Con base en lo anterior, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es, **con certeza**, verdadera?

- A) La cantidad I es igual que la cantidad II.
- B) La cantidad II es igual que la cantidad III.
- C) La cantidad I es menor que la cantidad II y III.
- D) La cantidad II es menor que la cantidad I y III.

5. Si m es un número entero que satisface la desigualdad $-2 < m + 5 < 2$, entonces, ¿cuál es la cantidad de posibles valores de m ?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

6. Si n es un número natural, tal que

$$2^{11} \cdot 7^3 \cdot 5^1 = 2^{10} \cdot n \cdot 7^3,$$

entonces, ¿cuál de las siguientes relaciones se cumple **con certeza**?

- A) $n < 5$
- B) $n > 10$
- C) $n^3 < 64$
- D) $n^2 < 128$

7. Considere la siguiente secuencia numérica:

$$u_2 = \left(\frac{2+1}{2}\right)$$

$$u_3 = \left(\frac{2+1}{2}\right) \left(\frac{3+1}{3}\right)$$

$$u_4 = \left(\frac{2+1}{2}\right) \left(\frac{3+1}{3}\right) \left(\frac{4+1}{4}\right)$$

\vdots

$$u_n = \left(\frac{2+1}{2}\right) \left(\frac{3+1}{3}\right) \left(\frac{4+1}{4}\right) \dots \left(\frac{n+1}{n}\right)$$

Con base en la secuencia anterior, ¿cuál es el valor de u_{100} ?

- A) 1^{100}
- B) 2^{100}
- C) $\frac{100}{2}$
- D) $\frac{101}{2}$

8. Si x y y son números naturales pares consecutivos, entonces, ¿cuál de las siguientes características corresponde, **con certeza**, al valor numérico de la expresión $\frac{x+y}{2}$?
- A) Es un número par.
 - B) Es un número impar.
 - C) Es múltiplo de cuatro.
 - D) Es un número primo.
9. ¿Cuál es el valor de la suma de los dígitos del número $(200)^6 + (700)^2$?
- A) 8
 - B) 9
 - C) 23
 - D) 113
10. Si p y m son números enteros positivos, tales que $p \div 2$ es entero y $m \div 3$ es par, entonces, ¿cuál de las siguientes opciones es, **con certeza**, verdadera?
- A) $p \cdot m$ es múltiplo de 9.
 - B) $p \cdot m$ es múltiplo de 12.
 - C) $\frac{3p}{m}$ es entero.
 - D) $\frac{2m}{3p}$ es par.

Geometría

11. Considere el rectángulo $PQRS$ y E un punto, tal que $R - E - S$. ¿Cuál es el porcentaje del área del rectángulo $PQRS$ que es cubierto por el triángulo PQE ?

- A) Menos del 25 %.
- B) Más del 25 %, pero menos del 50 %.
- C) El 50 %.
- D) Más del 50 %.

12. Considere el $\triangle EPR$ rectángulo en P y los puntos Q y S , tales que $P - Q - R$, $P - S - E$, $\overline{PQ} \cong \overline{QR}$ y $\overline{PS} \cong \overline{SE}$.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se cumple **con certeza**?

- A) $EP < 2QS$
- B) $QS < QR$
- C) $2QS > RE$
- D) $2EP > RE$

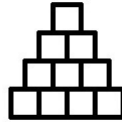
13. Observe los cuatro primeros elementos de una secuencia de formas construidas con cuadrados cuyo lado mide 3 cm. Debajo de cada grupo de cuadrados se indica su posición en la secuencia.



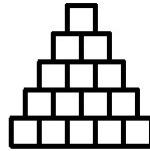
Posición 1



Posición 2



Posición 3



Posición 4

Si se continúa construyendo la secuencia siguiendo el mismo patrón, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el área total del grupo de cuadrados en la posición 15?

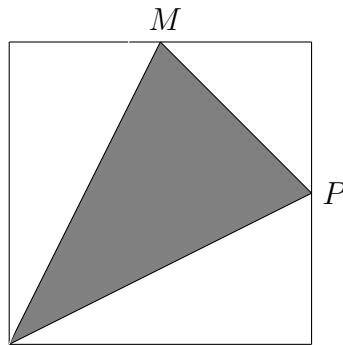
- A) 192 cm^2
- B) 405 cm^2
- C) 1224 cm^2
- D) 1620 cm^2

14. La longitud de cada uno de dos lados opuestos de un cuadrado se aumenta en x unidades y la longitud de cada uno de los otros dos lados opuestos se disminuye en x unidades, con lo cual se obtiene un rectángulo.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál de las siguientes opciones se cumple **con certeza**?

- A) El área del cuadrado es mayor que el área del rectángulo.
- B) El área del cuadrado es menor que el área del rectángulo.
- C) El perímetro del rectángulo es mayor que el perímetro del cuadrado.
- D) El perímetro del rectángulo es menor que el perímetro del cuadrado.

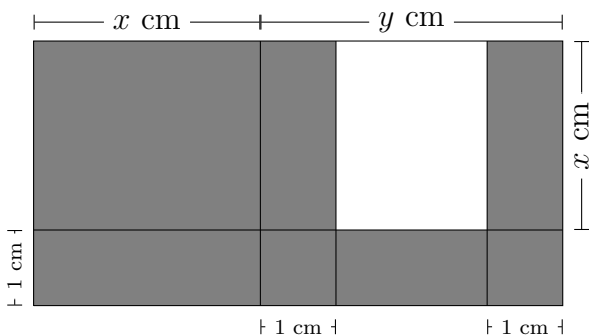
15. En la figura adjunta se muestra un cuadrado, cuyo lado mide x cm. Los puntos M y P son los puntos medios de los lados respectivos. La región sombreada está delimitada por un triángulo determinado por los puntos M , P y un vértice del cuadrado, ubicado en la posición mostrada en la figura.



¿Cuál es el área de la región sombreada?

- A) $\frac{1}{4}x^2$ cm²
- B) $\frac{3}{8}x^2$ cm²
- C) $\frac{5}{8}x^2$ cm²
- D) $\frac{1}{2}x^2$ cm²

16. En la figura adjunta todos los pares de segmentos que se intersecan son perpendiculares.



De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el área de la región sombreada?

- A) $(x^2 + 3x + y)$ cm^2
 B) $(x^2 + 4x + 2)$ cm^2
 C) $(x^2 + x + 1 + y)$ cm^2
 D) $(x^2 + x + xy + y)$ cm^2
17. Un rectángulo y un cuadrado poseen el mismo perímetro. Los lados del rectángulo miden P cm y Q cm. ¿Cuál es longitud del lado del cuadrado?

- A) $(P + Q)$ cm
 B) $(2P + 2Q)$ cm
 C) $\left(\frac{P + Q}{4}\right)$ cm
 D) $\left(\frac{P + Q}{2}\right)$ cm

18. Considere el segmento de recta \overline{ME} y tres puntos P, Q, R , tales que, $M - P - Q - R - E$. Además, $MR = PE + 2$ y $RE = 7$.

¿Cuál es la longitud de \overline{MP} ?

- A) 2
 - B) 7
 - C) 8
 - D) 9
19. Sea l la arista de un cubo y V el volumen de ese cubo.
- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es, **con certeza**, verdadera?
- A) Si l es racional, entonces V es irracional.
 - B) Si l es irracional, entonces V es irracional.
 - C) Si l es par, entonces V es impar.
 - D) Si l es par, entonces V es par.

20. Considere $P(2, 3)$, $Q(2, 3k)$ y $R(2k, 3)$, puntos en el plano cartesiano, con $k > 1$.

Con respecto a las distancias entre ellos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se cumple **con certeza**?

- A) $PR = PQ$
- B) $PR > PQ$
- C) $PQ > PR$
- D) $PR = 2PQ$

Álgebra

21. Para vaciar un contenedor de agua, se realizan x extracciones con un recipiente de z litros de capacidad. Si se utiliza un recipiente con tres litros más de capacidad, ¿cuál es la expresión que representa la cantidad de extracciones necesarias para vaciar el contenedor?

A) $xz - 3x$

B) $x - \frac{3x}{z}$

C) $x - 3$

D) $\frac{zx}{z + 3}$

22. En un rectángulo, el largo es el doble del ancho. ¿Cuál es la razón entre el ancho del rectángulo y su perímetro?

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{6}$

23. Sean m , x , y números reales para los cuales se cumple que $y = mx - m^2 - x$. Si $x = m + 1$, entonces, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el valor de y ?

- A) $y = 1$
- B) $y = m$
- C) $y = -1$
- D) $y = 2m + 1$

24. Considere la siguiente igualdad

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2},$$

donde n es un número entero positivo.

Si $k(x+1) + k(x+2) + k(x+3) + \cdots + k(x+20) = 310k$,

donde k es un número real distinto de cero, entonces, ¿cuál es el valor de x ?

- A) 5
- B) $\frac{5}{k}$
- C) $\frac{1}{5}$
- D) $5k$

25. Sean x, w, z números reales. Si $x + w = z$, y w está entre $(z - 2)$ y $(z + 1)$, entonces, ¿entre cuáles valores está x ?

- A) -2 y -1
- B) -2 y 1
- C) -1 y 2
- D) 1 y 2

26. Sea x un número real, tal que $(x - 7)^{20} < \frac{1}{200}$.

Analice las siguientes proposiciones:

- I. El valor de x puede ser 7 .
- II. El valor de x puede ser negativo.

De las proposiciones anteriores, ¿cuál(es) es(son) verdadera(s)?

- A) Solo la I.
- B) Solo la II.
- C) Ambas.
- D) Ninguna.

27. Para $x, y, z \in \{0, 1, 2\}$ se define la expresión $(xyz)_3$ como $x \cdot 3^2 + y \cdot 3 + z$.

Si $(k2m)_3$ equivale al número 15, entonces, ¿cuál es el valor de $k + m$?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

28. Sean x, y, z números reales positivos distintos, tales que $y^2 > z > x^2$. Considere las siguientes proposiciones:

I. $z - y < 0$

II. $x - y < 0$

De las proposiciones anteriores, ¿cuál(es) es(son), **con certeza**, verdadera(s)?

A) Solo la I.

B) Solo la II.

C) Ambas.

D) Ninguna.

29. Sean x, y, z números reales no nulos y

$$\text{sean } P = \frac{x^{-2}y}{z^{-3}}, \quad Q = \frac{x^2y^{-2}}{z}.$$

Si $PQ > 0$, entonces, ¿cuál de las siguientes relaciones de orden es, **con certeza**, verdadera?

- A) $y < 0$
- B) $z < 0$
- C) $y > 0$
- D) $z > 0$

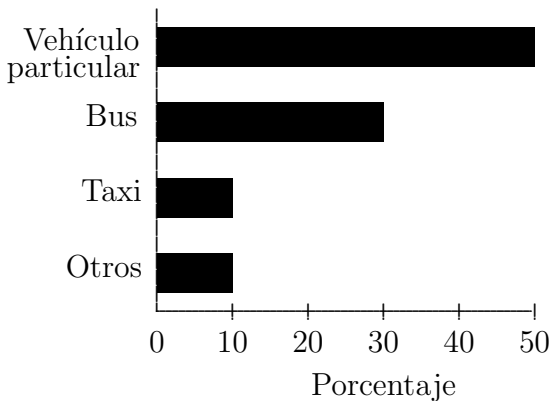
30. Sea x un número real y sea $z = x(x+1)(x-1)$.

Si $x \in [0, 1[$, entonces, ¿cuál de las siguientes condiciones se cumple para z ?

- A) Es estrictamente positivo.
- B) Es positivo en algunos casos y cero, en otros.
- C) Es estrictamente negativo.
- D) Es negativo en algunos casos y cero, en otros.

Análisis de datos

31. En el siguiente gráfico se muestra la distribución de la forma principal de traslado al trabajo reportada por 200 personas.



De acuerdo con la información dada, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es, **con certeza**, verdadera?

- A) Solo 40 personas viajan en bus o taxi.
- B) Más de 100 personas viajan en un medio de transporte que **no** es un vehículo particular.
- C) La diferencia entre la cantidad de las personas que viajan en bus y la cantidad de personas que viajan en vehículo particular es 20.
- D) La diferencia entre la cantidad de personas que viajan en taxi y la cantidad de personas que viajan en vehículo particular es 80.

32. Un conjunto de 8 datos está compuesto por los valores 0, 1 y 2. Este conjunto tiene como promedio 0,5.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es, **con certeza**, la cantidad de datos que toman el valor 0?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6

33. En una encuesta para determinar la cantidad de días a la semana que los jóvenes realizan algún tipo de ejercicio físico, se reportó la siguiente información:

| Días | Jóvenes |
|------|---------|
| 0 | 2 |
| 1 | 11 |
| 2 | 10 |
| 3 | 4 |
| 4 | 2 |
| 5 | 1 |

Si 4 de los jóvenes que indicaron 2 días, en realidad hacen ejercicio 4 días a la semana, entonces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es, **con certeza**, correcta?

- A) La moda verdadera es mayor que la moda en los datos reportados.
- B) El promedio verdadero es mayor que el promedio en los datos reportados.
- C) La moda verdadera es menor que la moda en los datos reportados.
- D) El promedio verdadero es menor que el promedio en los datos reportados.

34. Los datos de la tabla adjunta muestran la frecuencia de los principales problemas que se detectaron en las botellas producidas en una fábrica, durante el mes de marzo.

| Problema | Frecuencia |
|--------------|------------|
| Decoloración | 9 |
| Grosor | 12 |
| Agarradera | 7 |
| Plástico | 20 |
| Etiqueta | 12 |

Analice las siguientes proposiciones:

- I. La agarradera junto con el plástico representan el 45 % de los problemas detectados.
- II. Los problemas de etiqueta y decoloración representan el 30 % de los problemas detectados.

De las proposiciones planteadas, ¿cuál(es) es(son) verdadera(s)?

- A) Solo la I.
- B) Solo la II.
- C) Ambas.
- D) Ninguna.

35. En una fábrica se tienen 25 cajas que pesan en conjunto 75 kg. Si el peso de una única caja se reduce en $\frac{1}{2}$ kg, entonces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones respecto al nuevo peso promedio de las cajas se cumple **con certeza**?

- A) Es igual a 3 kg.
- B) Es igual a 3,5 kg.
- C) Es mayor a 3 kg, pero menor a 3,5 kg.
- D) Es mayor a 2,5 kg, pero menor a 3 kg.

36. Una caja de lápices contiene 20 lápices de grafito, de los cuales 8 no tienen borrador en uno de sus extremos. De esos 8 lápices, 6 son amarillos y 2 son negros.

De acuerdo con la información, ¿cuál afirmación es correcta?

- A) 3 de cada 5 lápices no tienen borrador.
- B) 2 de cada 3 lápices tienen borrador.
- C) 1 de cada 4 lápices no tiene borrador y es negro.
- D) 3 de cada 10 lápices no tienen borrador y son amarillos.

37. Un conjunto de 9 datos está compuesto por los valores 1 y 2. Este conjunto tiene como moda al número 2.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál de las siguientes características corresponde, **con certeza**, a la cantidad de datos iguales a 1?

- A) Es par.
 - B) Es impar.
 - C) Es mayor que 4.
 - D) Es menor que 5.
38. En una encuesta para determinar el refresco favorito entre P, R y T, se obtuvo que el 10% de los encuestados prefiere el refresco P, el 25% el R, el 40% el T y el 25% no respondió la encuesta.

Si se lograra recolectar la respuesta de los encuestados que no respondieron la encuesta, entonces, ¿cuál de las siguientes situaciones sucedería **con certeza**?

- A) La moda sería P.
- B) La moda sería R.
- C) La moda **no** sería P.
- D) La moda **no** sería R.

39. Los resultados de un experimento se codificaron con los valores 10, 20 y 30. Luego de repetir varias veces el experimento, se obtuvo que el 80% de los resultados fue igual a 20.

De acuerdo con la información anterior, en los resultados finales, ¿cuál de las siguientes situaciones se obtuvo **con certeza**?

- A) El promedio fue igual a 20.
 - B) La mediana fue igual a 20.
 - C) El promedio fue diferente a 20.
 - D) La mediana fue diferente a 20.
40. La probabilidad de un evento es $\frac{1}{m} + \frac{m}{5}$. ¿Cuáles son dos posibles valores para m ?
- A) 2 y 4.
 - B) 2 y 3.
 - C) 3 y 4.
 - D) 3 y 5.

Respuestas



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

PRUEBA DE HABILIDADES CUANTITATIVAS

INSTRUCCIONES

1. Lea cuidadosamente el folleto de preguntas y contéstelas en esta hoja.
2. Rellene completamente los círculos. Utilice solo lápiz de grafito (negro n.º 2).
3. Asegúrese de rellenar solo un círculo por pregunta.
4. La UCR no aceptará ningún reclamo si usted llena incorrectamente los círculos.

Marca correcta: ● Marcas incorrectas: ⊗ ⊙ ⊕ u otras.

5. Borre completamente cualquier respuesta que desee cambiar.
6. Firme esta hoja con bolígrafo de tinta azul o negra y, al finalizar la prueba, devuélvala junto con el folleto de examen.
7. No se dará tiempo adicional al establecido para marcar las respuestas en esta hoja.
8. Si esta hoja no está firmada por usted, no podrá realizar reclamos.

FIRMA

IDENTIFICACIÓN

RESPUESTAS

| | |
|------------|------------|
| 1 ● B C D | 21 A B C ● |
| 2 A ● C D | 22 A B C ● |
| 3 A B ● D | 23 A B ● D |
| 4 A B C ● | 24 ● B C D |
| 5 A ● C D | 25 A B ● D |
| 6 A B C ● | 26 ● B C D |
| 7 A B C ● | 27 A ● C D |
| 8 A ● C D | 28 A ● C D |
| 9 A B ● D | 29 A B ● D |
| 10 A ● C D | 30 A B C ● |
| 11 A B ● D | 31 A B C ● |
| 12 ● B C D | 32 A B ● D |
| 13 A B ● D | 33 A ● C D |
| 14 ● B C D | 34 ● B C D |
| 15 A ● C D | 35 A B C ● |
| 16 ● B C D | 36 A B C ● |
| 17 A B C ● | 37 A B C ● |
| 18 A B C ● | 38 A B ● D |
| 19 A B C ● | 39 A ● C D |
| 20 A B ● D | 40 A ● C D |